# 第 13 講　グラフの描き方（その１）

13

［A］ 次の関数に対し，$y=f(x)$ のグラフを描け．

(1) $f(x)=\dfrac{4x^2-8x+19}{x^2+1}$

(2) $f(x)=\dfrac{x^3-5x^2+8x-4}{x^2-4x+3}$

［B］ $f(x)=(x^2-2x-1)e^x$ とするとき，$y=f(x)$ の凹凸も調べてグラフを描け．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 13 講　グラフの描き方（その 1 ）

**13**　関数 $f(x)=(x^2-1)e^x$ とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　関数 $f(x)$ の極値を求め，曲線 $y=f(x)$ の概形を描け．

(2)　この曲線の変曲点のうちで $x$ 座標がもっとも大きいものを求め，またそこにおける接線の方程式を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 13 講　グラフの描き方（その１）

13

［A］ 次の関数に対し，$y=f(x)$ のグラフを描け．

(1) $f(x)=\dfrac{4x^2-8x+19}{x^2+1}$

(2) $f(x)=\dfrac{x^3-5x^2+8x-4}{x^2-4x+3}$

［B］ $f(x)=(x^2-2x-1)e^x$ とするとき，$y=f(x)$ の凹凸も調べてグラフを描け．

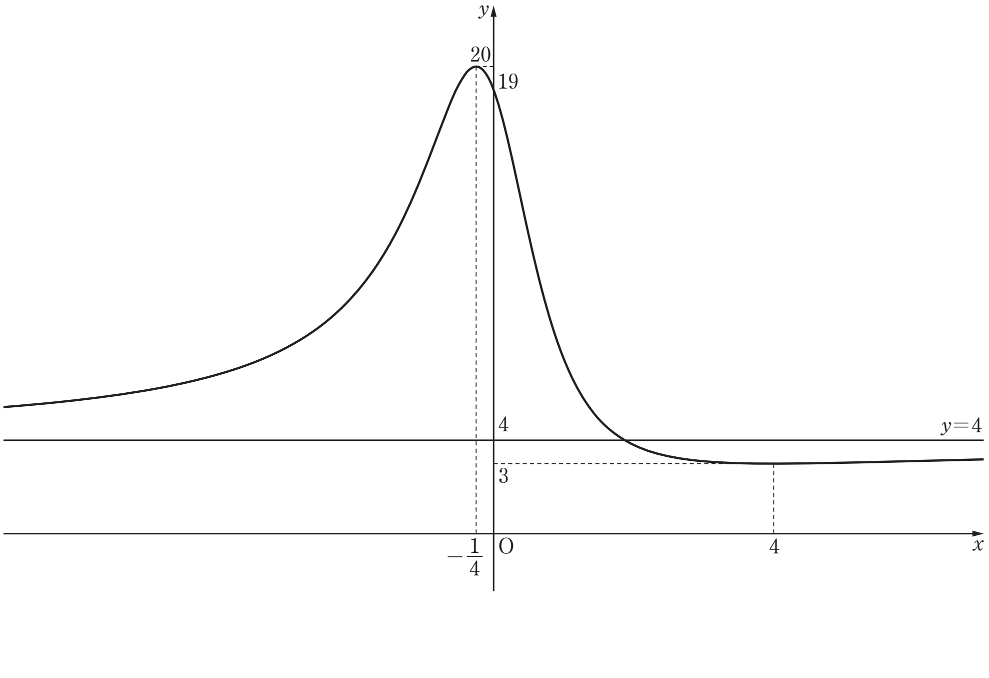
**【答】** 略

**【解説】**

［A］ (1) $f'(x)=\dfrac{2(4x+1)(x-4)}{(x^2+1)^2}$ より $f(x)$ の増減は

| $x$ | $-\infty$ | $\cdots$ | $-\dfrac{1}{4}$ | $\cdots$ | $4$ | $\cdots$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $4$ | ↗ | $20$ | ↘ | $3$ | ↗ | $4$ |

となるので，$y=f(x)$ のグラフは



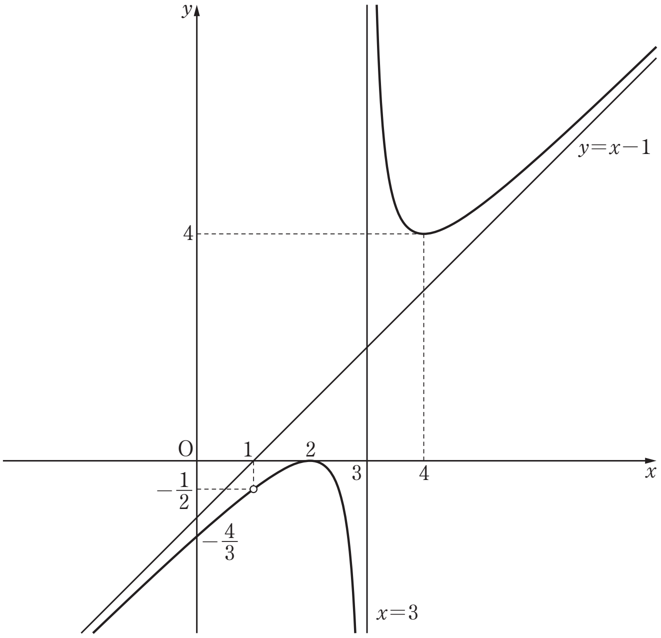



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　$f'(x)=\dfrac{(x-4)(x-2)}{(x-3)^2}$ より $f(x)$ の増減は

| $x$ | $-\infty$ | $\cdots$ | 1 | $\cdots$ | 2 | $\cdots$ | 3 | $\cdots$ | 4 | $\cdots$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $\times$ | $+$ | 0 | $-$ | $\times$ | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $\times$ | ↗ | 0 | ↘ | $-\infty/\infty$ | ↘ | 4 | ↗ | $\infty$ |

となるので，$y=f(x)$ のグラフは



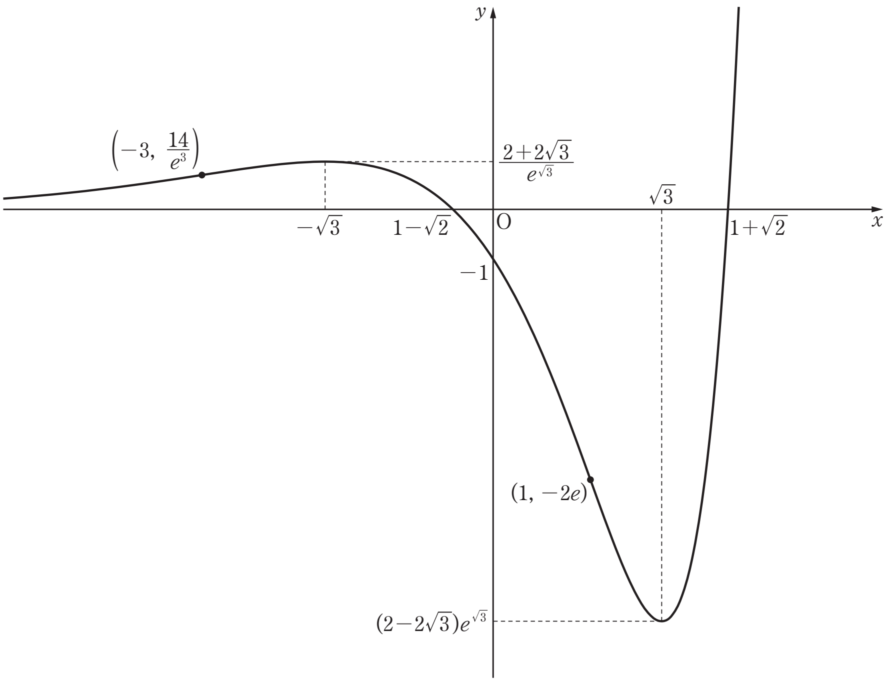



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［B］ $f'(x)=(x^2-3)e^x$，$f''(x)=(x+3)(x-1)e^x$ より $f(x)$ の増減は

| $x$ | $-\infty$ | $\cdots$ | $-3$ | $\cdots$ | $-\sqrt{3}$ | $\cdots$ | $1$ | $\cdots$ | $\sqrt{3}$ | $\cdots$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $-$ | $-$ | $0$ | $+$ | $+$ | $+$ | |
| $f'(x)$ | | $+$ | $+$ | $+$ | $0$ | $-$ | $-$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $0$ | ⤴ | $\dfrac{14}{e^3}$ | ↗ | $\dfrac{2+2\sqrt{3}}{e^{\sqrt{3}}}$ | ↘ | $-2e$ | ↘ | $(2-2\sqrt{3})e^{\sqrt{3}}$ | ⤴ | $\infty$ |

となるので，$y=f(x)$ のグラフは






©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 13 講　グラフの描き方（その１）

13　関数 $f(x)=(x^2-1)e^x$ とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　関数 $f(x)$ の極値を求め，曲線 $y=f(x)$ の概形を描け．

(2)　この曲線の変曲点のうちで $x$ 座標がもっとも大きいものを求め，またそこにおける接線の方程式を求めよ．

**【答】** (1) 極大値 $2(1+\sqrt{2})e^{-1-\sqrt{2}}$，極小値 $2(1-\sqrt{2})e^{-1+\sqrt{2}}$

(2) 変曲点 $(-2+\sqrt{3},\ 2(3-2\sqrt{3})e^{-2+\sqrt{3}})$，$y=2e^{-2+\sqrt{3}}\{(1-\sqrt{3})x+8-5\sqrt{3}\}$

**【解説】**

(1)

$$f'(x)=2xe^x+(x^2-1)e^x$$
$$=(x^2+2x-1)e^x$$

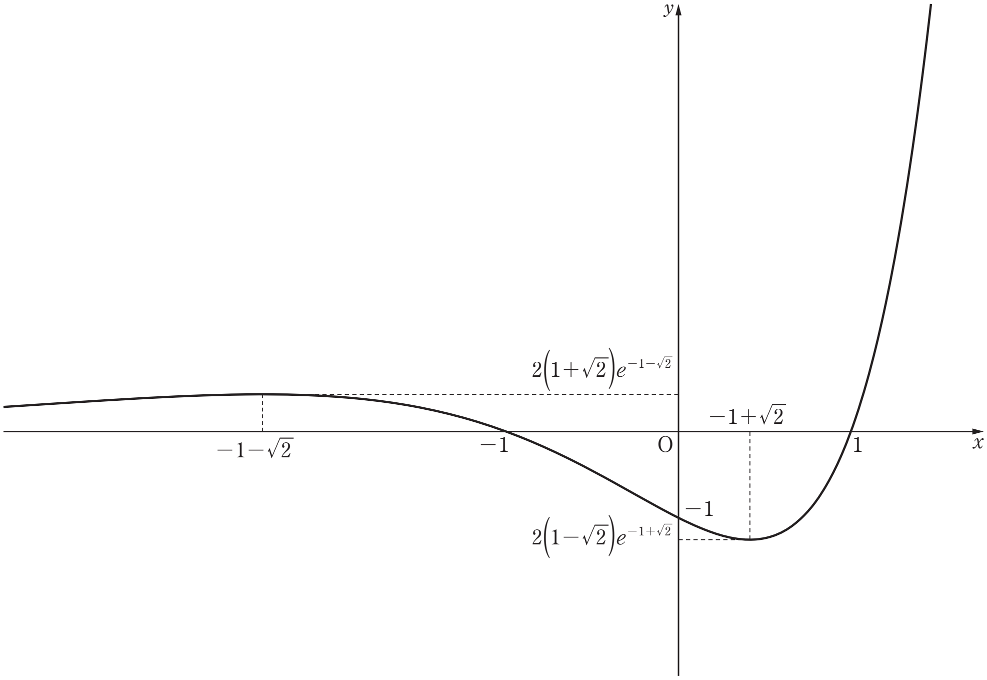
より $f(x)$ の増減は

| $x$ | $-\infty$ | $\cdots$ | $-1-\sqrt{2}$ | $\cdots$ | $-1+\sqrt{2}$ | $\cdots$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(x)$ | 0 | ↗ | | ↘ | | ↗ | $\infty$ |

となるので，**極大値は $f(-1-\sqrt{2})=2(1+\sqrt{2})e^{-1-\sqrt{2}}$**，

**極小値は $f(-1+\sqrt{2})=2(1-\sqrt{2})e^{-1+\sqrt{2}}$**　となる．

よって概形は






ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　$f''(x)=(x^2+4x+1)e^x$ より $x^2+4x+1=0$

よって $x=-2\pm\sqrt{3}$　ゆえに題意の変曲点は

$$\boldsymbol{(-2+\sqrt{3},\ 2(3-2\sqrt{3})e^{-2+\sqrt{3}})}$$

ここで $x=p$ における接線の方程式は

$$\begin{aligned} y&=(p^2+2p-1)e^p(x-p)+(p^2-1)e^p \\ &=(p^2+2p-1)e^px+(-p^3-p^2+p-1)e^p \end{aligned}$$

であるが，$p=-2+\sqrt{3}$ のとき

$$\begin{aligned} p^2+2p-1&=(p^2+4p+1)-2(p+1) \\ &=-2(-1+\sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -p^3-p^2+p-1&=(p^2+4p+1)(-p+3)-2(5p+2) \\ &=-2(-8+5\sqrt{3}) \end{aligned}$$

であるので

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}&=-2(-1+\sqrt{3})e^{-2+\sqrt{3}}x-2(-8+5\sqrt{3})e^{-2+\sqrt{3}} \\ &\boldsymbol{=2e^{-2+\sqrt{3}}\{(1-\sqrt{3})x+8-5\sqrt{3}\}} \end{aligned}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。